Арифметические операции в позиционных системах счисления.

Сложение

Рассмотрим основные арифметические операции: сложение, вычитание, умножение и деление. Правила выполнения этих операций в десятичной системе хорошо известны — это сложение, вычитание, умножение столбиком и деление углом. Эти правила применимы и ко всем другим позиционным системам счисления.

Сложение в двоичной системе

+	0 1
0	0 1
1	1 10

Сложение в восьмеричной системе

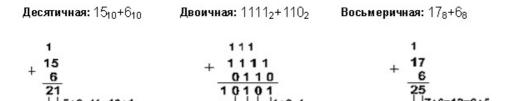
+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Сложение в шестнадцатеричной системе

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Α	В	С	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Α	В	С	D	Ε	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Α	В	C	D	Ε	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	В	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	Α	В	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	Α	В	C	D	Ε	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	В	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	В	C	D	Ε	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	В	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	Α	В	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	В	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Α	A	В	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
В	В	C	D	Ε	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1 A	1B	1C
E.	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1.6	1B	1¢	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	18	1B	1C	10	1E

При сложении цифры суммируются по разрядам, и если при этом возникает избыток, то он переносится влево.

Пример 1. Сложим числа 15 и 6 в различных системах счисления.



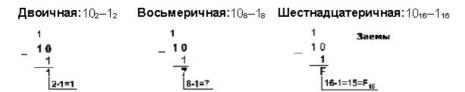
Шестнадцатеричная: F16+616



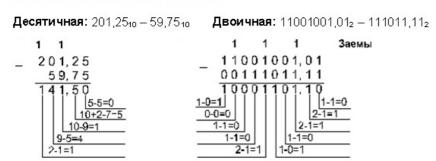
Вычитание

При вычитании цифры вычитаются по разрядам, и если при этом возникает недостаток, то происходит заем в старших разрядах.

Пример. Вычтем единицу из чисел 102, 108 и 1016



Пример. Вычтем число 59,75 из числа 201,25.



Восьмеричная: 311,28 - 73,68 Шестнадцатеричная: $C9,4_{16} - 3B,C_{18}$

Other: $201,25_{10} - 59,75_{10} = 141,5_{10} = 10001101,1_2 = 215,4_8 = 8D,8_{16}$.

Умножение

Выполняя умножение многозначных чисел в различных позиционных системах счисления, можно использовать обычный алгоритм перемножения чисел в столбик, но при этом результаты перемножения и сложения однозначных чисел необходимо заимствовать из соответствующих рассматриваемой системе таблиц умножения и сложения.

Умножение в двоичной системе

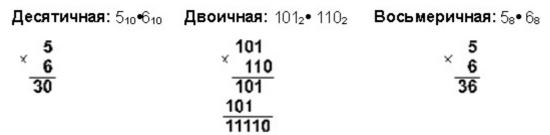
*	0	1
0	0	0
1	0	1

Умножение в восьмеричной системе

*	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4		10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

Ввиду чрезвычайной простоты таблицы умножения в двоичной системе, умножение сводится лишь к сдвигам множимого и сложениям.

Пример. Перемножим числа 5 и 6.



Other: 5*6 = 3010 = 111102 = 368.

Проверка. Преобразуем полученные произведения к десятичному виду:

$$111102 = 24 + 23 + 22 + 21 = 30$$
;

$$368 = 3 \cdot 81 + 6 \cdot 80 = 30$$
.

Деление

Деление в любой позиционной системе счисления производится по тем же правилам, как и деление углом в десятичной системе. В двоичной системе деление выполняется особенно просто, ведь очередная цифра частного может быть только нулем или единицей.

Пример 1. Разделим число 30 на число 6.

Ответ: $30:6=5_{10}=101_2=5_8$.

Пример 2. Разделим число 5865 на число 115.

Десятичная: 5865₁₀: 115₁₀ **Двоичная:** 1011011101001₂: 1110011₂

Восьмеричная: 133518:1638

Ответ: $5865 : 115 = 51_{10} = 110011_2 = 63_8$.

Проверка. Преобразуем полученные частные к десятичному виду:

$$110011_2 = 2^5 + 2^4 + 2^1 + 2^0 = 51$$
; $63_8 = 6*8^1 + 3*8^0 = 51$.